Условие:

Определить характер точки покоя следующей системы:

$$x' = -2x + \frac{1}{3}y, \qquad y' = -2x + \frac{1}{2}y.$$

Решение:

$$\begin{cases} x' = -2x + \frac{1}{3}y & M(x;y) = -2x + \frac{1}{3}y \\ y' = -2x + \frac{1}{2}y & N(x;y) = -2x + \frac{1}{2}y \end{cases} \Rightarrow \text{ точка покоя } x = y = 0,\ \ M(0;0) = N(0;0) = 0.$$

Найдем собственные значения матрицы системы:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & \frac{1}{3} \\ -2 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}. \det(A - \lambda I) = \begin{vmatrix} -2-\lambda & \frac{1}{3} \\ -2 & \frac{1}{2} - \lambda \end{vmatrix} = 0. (2+\lambda)\left(\frac{1}{2} - \lambda\right) - \frac{2}{3} = 0, \lambda^2 + \frac{3}{2}\lambda - \frac{1}{3} = 0,$$

$$6\lambda^2 + 9\lambda - 2 = 0, \lambda_1 = \frac{-9 + \sqrt{129}}{2}, \lambda_2 = \frac{-9 - \sqrt{129}}{2}, \lambda_1 \cdot \lambda_2 < 0 \Rightarrow \text{особая точка будет седлом.}$$

Далее $\lambda_1 > 0 \Rightarrow$ по первой теореме Ляпунова точка покоя неустойчива.

Ответ: точка покоя системы неустойчива.