



Условие:

Определить характер точки покоя следующей системы:

$$x' = x + 2y, y' = -3x + y.$$

Решение:

$$\begin{cases} x' = x + 2y & M(x, y) = x + y = 0 \\ y' = -3x + y & N(x, y) = -3x + y = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{точка покоя } x = y = 0, M(0; 0) = N(0; 0) = 0.$$

Найдем собственные значения матрицы системы. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$, $\det(A - \lambda I) = \begin{vmatrix} 1 - \lambda & 2 \\ -3 & 1 - \lambda \end{vmatrix} = 0$,
 $(1 - \lambda)(1 - \lambda) + 6 = 0$, $(\lambda - 1)^2 = -6$, $\lambda = 1 \pm i\sqrt{6}$. Так-как $Re(\lambda_1) = Re(\lambda_2) = 1$, то особая точка будет фокусом, а интегральные кривые имеют вид спиралей, закручивающихся вокруг начала координат. Далее $Re(\lambda_1) = Re(\lambda_2) = 1 > 0 \Rightarrow$ по первой теореме Ляпунова точка покоя системы (*) неустойчива.

Ответ: точка покоя системы неустойчива.