



Условие:

Определить тип уравнения второго порядка:

$$u_{xx} + 2u_{xy} - 2u_{yz} + 2u_{yy} + 2u_{zz} = 0.$$

Решение:

Определим тип уравнения: для этого запишем соответствующую квадратичную форму и приведём её к каноническому виду методом Лагранжа (метод отделения полных квадратов):

$$\begin{aligned} P &= p_1^2 + 2p_1p_2 - 2p_2p_3 + 2p_2^2 + 2p_3^2 = (p_1 + p_2)^2 + p_2^2 - 2p_2p_3 + p_3^2 + p_3^2 = \\ &= (p_1 + p_2)^2 + (p_2 - p_3)^2 + p_3^2 = \xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2, \text{ где } \xi_1 = p_1 + p_2, \xi_2 = p_2 - p_3, \xi_3 = p_3. \end{aligned}$$

Видим, что в получившегося каноническом виде все коэффициенты одного знака (положительны)
⇒ исходное уравнение эллиптического типа.

Ответ: уравнение эллиптического типа.