https://mathproblemsbank.net/
support@mathproblemsbank.net

Условие:

Найти общее решение дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами:

$y'' + 9y = 5e^{3x}$.

Решение:

Сначала решаем однородное уравнение $y'' + 9y = 0$. Его характеристическое уравнение будет:

$\lambda^2 + 9 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 3i, \lambda_2 = -3i, \Rightarrow$ общее решение однородного уравнения будет:

$y_1 = C_1 e^{\lambda_1 x} + C_2 e^{\lambda_2 x} = C_1 e^{3ix} + C_2 e^{-3ix} = (C_1 + C_2)\cos 3x + i(C_1 - C_2)\sin 3x$, перейдя к действительным коэффициентам, получаем $\Rightarrow y_1 = C_1 \cdot \cos 3x + C_2 \cdot \sin 3x$.

Частное решение исходного уравнения ищем в виде $y_2 = ae^{3x} \Rightarrow y_2' = 3ae^{3x}, y_2'' = 9ae^{3x} \Rightarrow$

$\Rightarrow y_2'' + 9y_2 = 18ae^{3x} = 5e^{3x} \Rightarrow a = \dfrac{5}{18} \Rightarrow y_2 = \dfrac{5}{18}e^{3x} \Rightarrow$

общее решение исходного уравнения будет:

$\boxed{y = y_1 + y_2 = C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x + \dfrac{5}{18}e^{3x}}$.